

# 1 Постановка задачи

Пусть задан временной ряд  $s = \{s_1, \dots, s_N\}$ . И пусть задана прогностическая модель  $f(\cdot)$ :

$$\hat{s}_t = f(s_{t-1}, \dots, s_{t-L+1}, \boldsymbol{\theta}),$$

где  $\boldsymbol{\theta}$  – вектор параметров прогностической модели в точке  $s_t$ . Заметим, что  $\boldsymbol{\theta} = \boldsymbol{\theta}(t)$ . Значит, можно получить временной ряд  $\Theta = \{\boldsymbol{\theta}_t, \dots, \boldsymbol{\theta}_{t+k}\}$  параметров модели, построив прогнозы в точках  $s_t, \dots, s_{t+k}$ .

Зафиксируем ширину окна  $L$  и, с помощью SSA, построим прогноз  $\hat{s}_t$  для всех  $t$  из отрезка  $[L, N - 1]$ , где  $N$  – длина ряда  $s$ . Получим многомерный ряд параметров модели  $\Theta = \{\boldsymbol{\theta}_1, \dots, \boldsymbol{\theta}_{N-L}\}$ ,  $\boldsymbol{\theta}_i \in \mathbb{R}^{L-1}$ . Введем  $\Theta_i$ :

$$\Theta^i = \{\boldsymbol{\theta}_1^i, \dots, \boldsymbol{\theta}_{N-L}^i\}, \quad i = 1, \dots, L - 1$$

То есть  $\Theta^i$  – это временной ряд первой компоненты вектора параметров модели.

## 1.1 Эксперимент на сгенерированных данных

Эксперимент проводился на сгенерированных рядах:

$$\mathbf{s}_x = \sin t + 2 \sin \frac{t}{2} + \sigma^2 \boldsymbol{\varepsilon}, \quad \sigma_x^2 = 0.3,$$

$$\mathbf{s}_y = \sin(2t + 5) + \sigma_y^2, \quad \sigma_y = 0.25$$

где  $\boldsymbol{\varepsilon} \in \mathcal{N}(\mathbf{0}, \mathbf{I})$ .

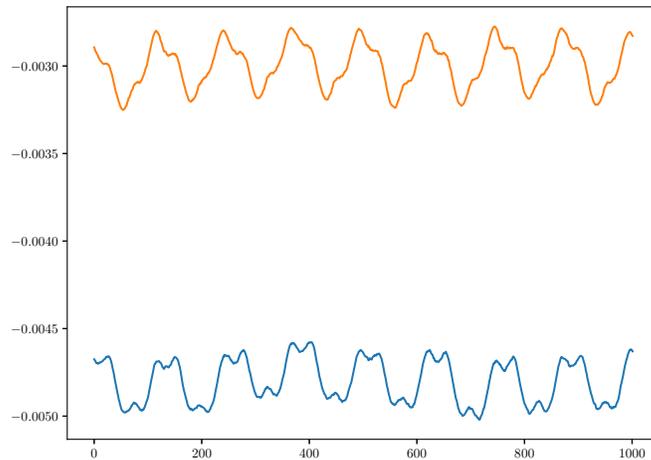


Рис. 1: Ряды  $\Theta^1$  и  $\Theta^{10}$ , соответствующие первой и десятой компонентам вектора параметров

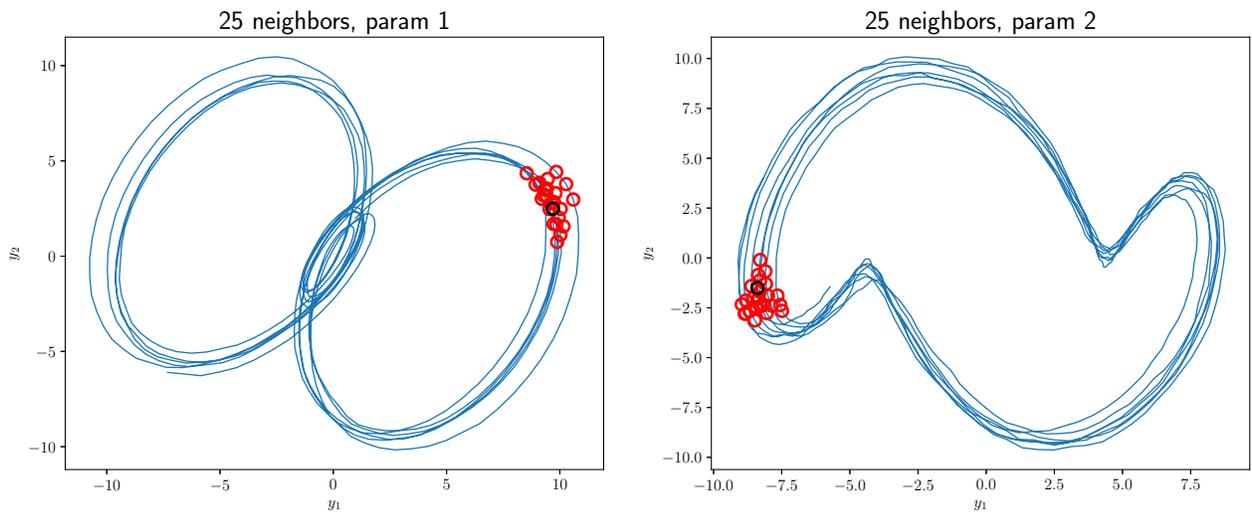


Рис. 2: Отображения траекторного пространства  $\mathbb{H}_{\Theta^1}$  в пространство  $\mathbb{H}_{\Theta^{10}}$

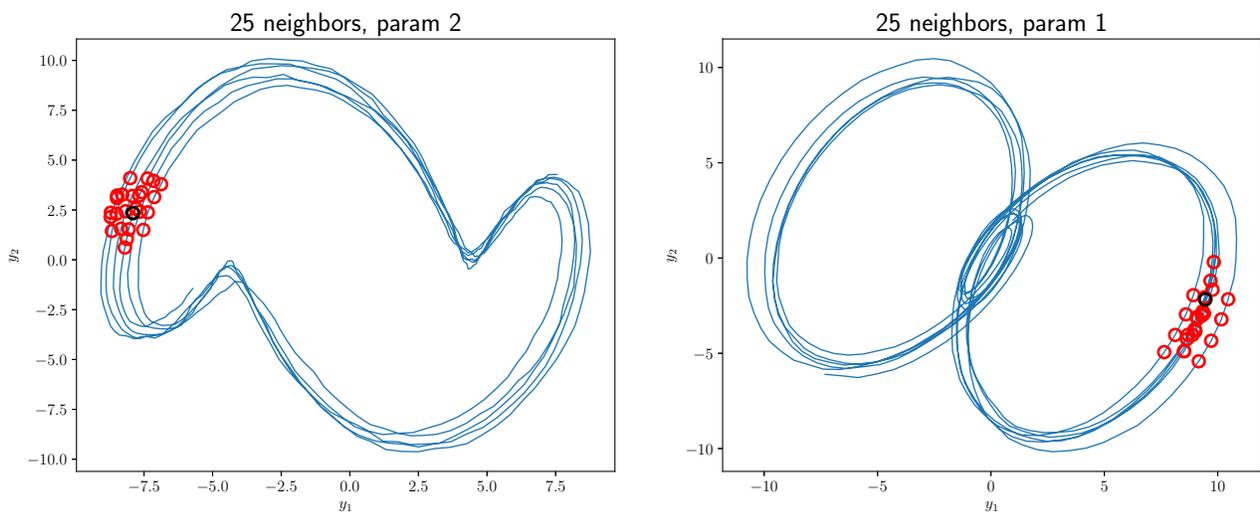


Рис. 3: Отображения траекторного пространства  $\mathbb{H}_{\Theta^{10}}$  в пространство  $\mathbb{H}_{\Theta^1}$

## 1.2 Эксперимент на данных потребления электроэнергии

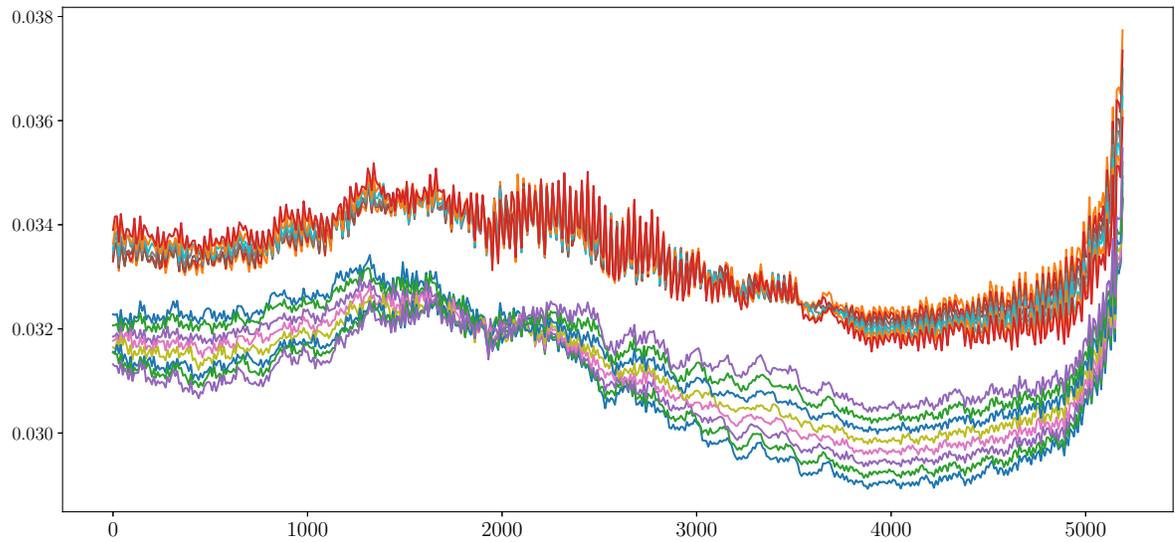


Рис. 4: Примеры полученных рядов  $\Theta^i$

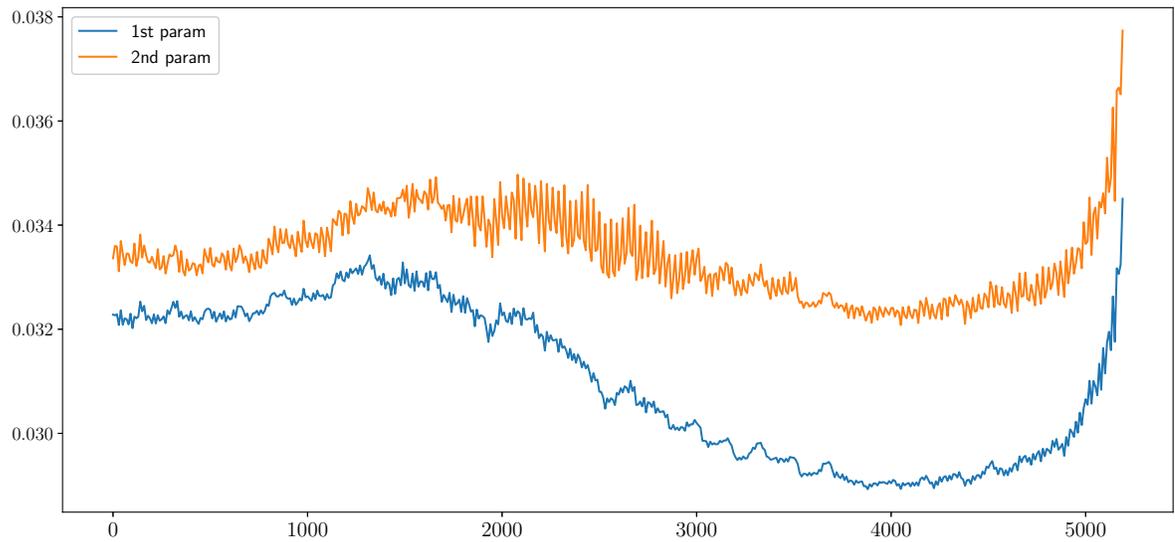


Рис. 5: Ряды  $\Theta^1$  и  $\Theta^2$ , соответствующие первой и второй компонентам вектора параметров

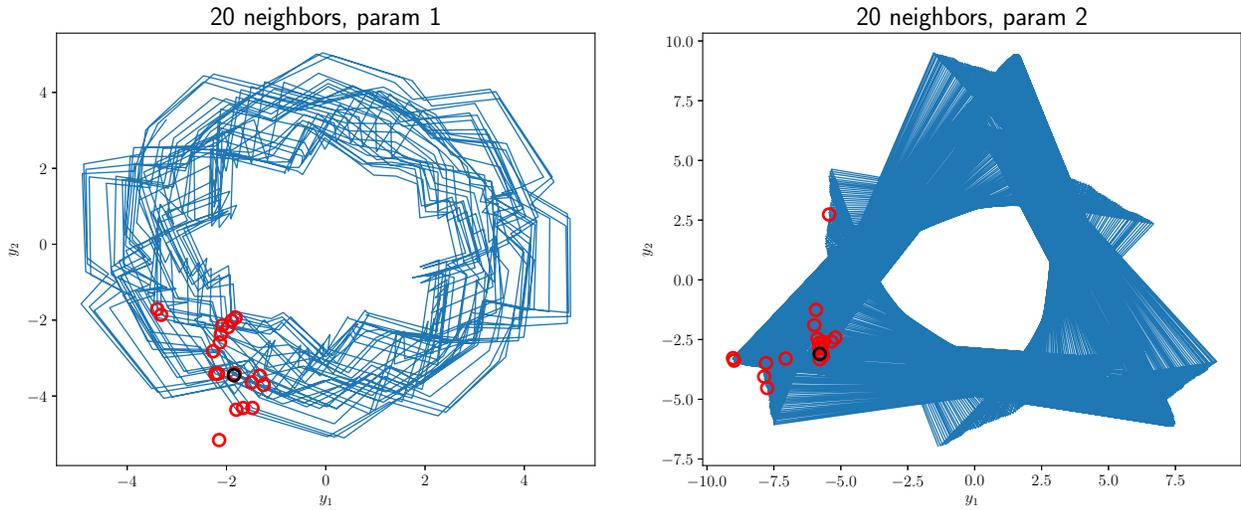


Рис. 6: Отображения траекторного пространства  $\mathbb{H}_{\Theta^1}$  в пространство  $\mathbb{H}_{\Theta^2}$

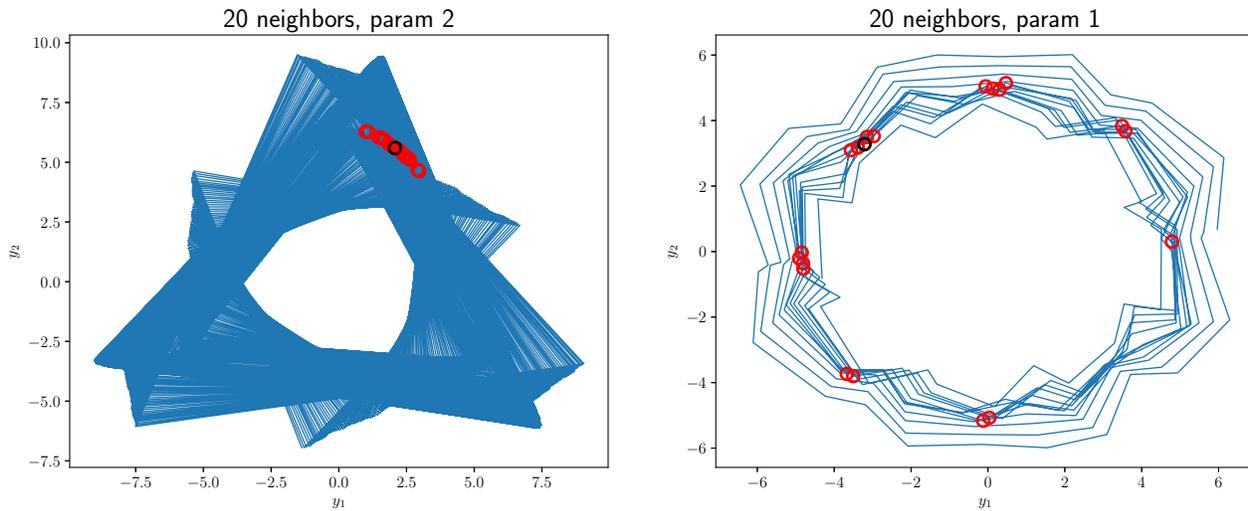


Рис. 7: Отображения траекторного пространства  $\mathbb{H}_{\Theta^2}$  в пространство  $\mathbb{H}_{\Theta^1}$

## 2

Пусть для временных рядов  $\mathbf{s}_x$  и  $\mathbf{s}_y$  мы получили временные ряды параметров  $\Theta_x$  и  $\Theta_y$  соответственно. Исследуем связь между наиболее информативными компонентами рядов  $\Theta_x$  и  $\Theta_y$ . Для этого введем

$$\Theta_x^* = \underset{i=1, L-1}{\operatorname{argmin}} \operatorname{MSE}(\mathbf{s}_x, \hat{\mathbf{s}}_x^i),$$

где  $\hat{\mathbf{s}}_x^i$  – прогноз ряда  $\mathbf{x}$ , полученный с использованием только компоненты  $\Theta_x^i$ . Аналогично определим  $\Theta_y^*$ . Найденные компоненты  $\Theta_x^*$  и  $\Theta_y^*$  являются самыми информативными. Исследуем связь между ними при помощи CCM.

## 2.1 Эксперимент на сгенерированных данных

Эксперимент проводился на сгенерированных рядах:

$$s_x = \sin t + 2 \sin \frac{t}{2} + \sigma^2 \epsilon, \quad \sigma_x^2 = 0.3,$$

$$s_y = \sin(2t + 5) + \sigma_y^2, \quad \sigma_y = 0.25$$

где  $\epsilon \in \mathcal{N}(\mathbf{0}, \mathbf{I})$ .

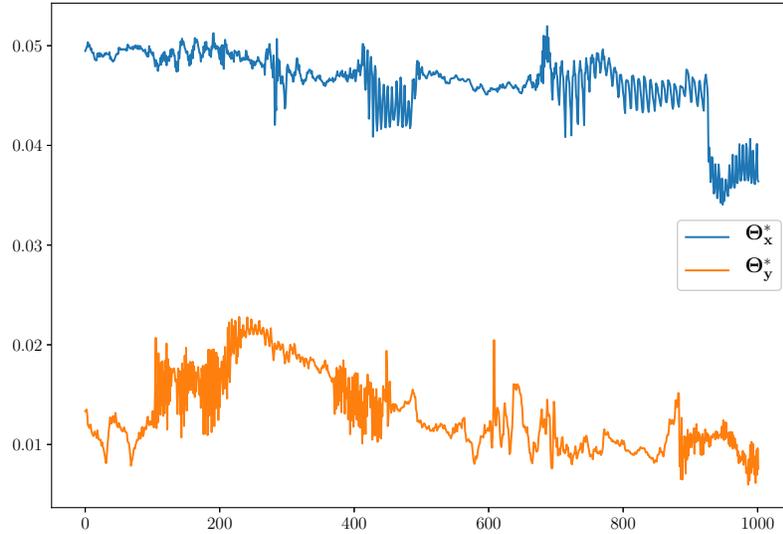


Рис. 8: Отображения траекторного пространства  $\mathbb{H}_{\Theta^1}$  в пространство  $\mathbb{H}_{\Theta^2}$

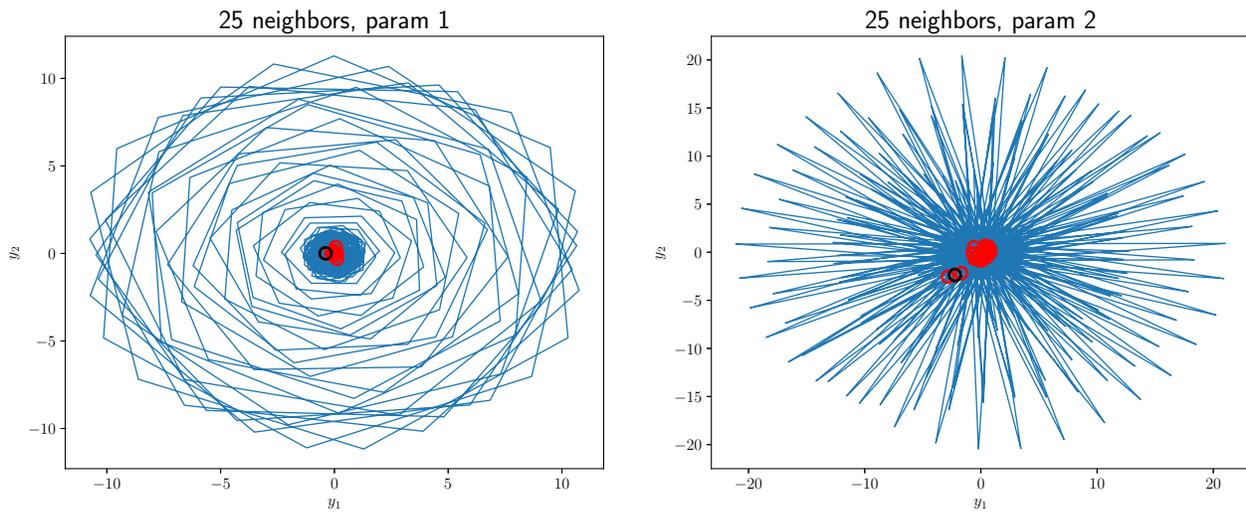


Рис. 9: Отображения траекторного пространства  $\mathbb{H}_{\Theta^1}$  в пространство  $\mathbb{H}_{\Theta^2}$

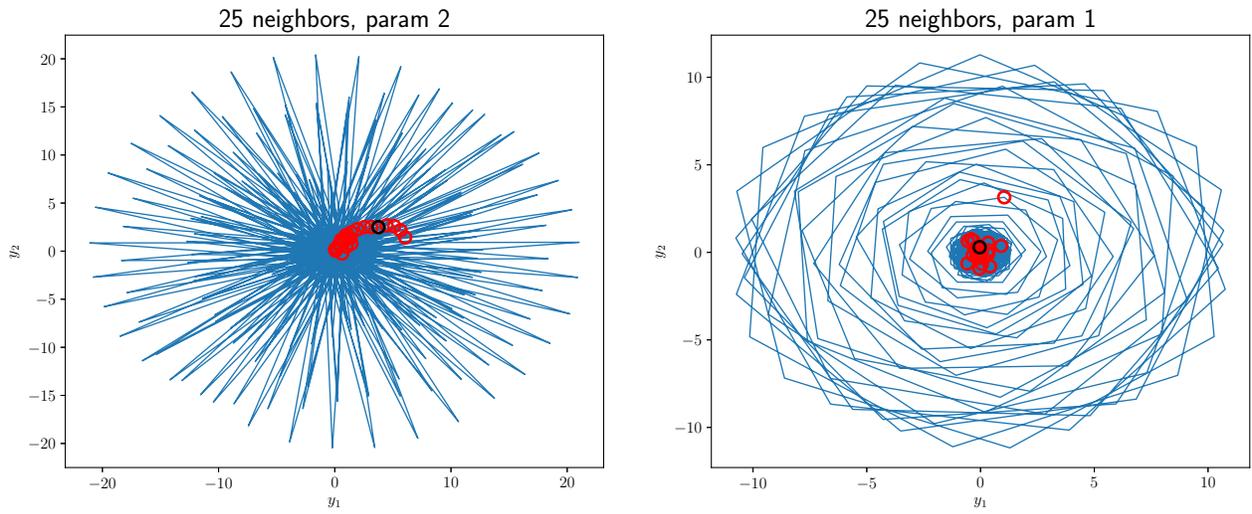


Рис. 10: Отображения траекторного пространства  $\mathbb{H}_{\Theta_2}$  в пространство  $\mathbb{H}_{\Theta_1}$

## 2.2 Эксперимент на данных потребления электроэнергии

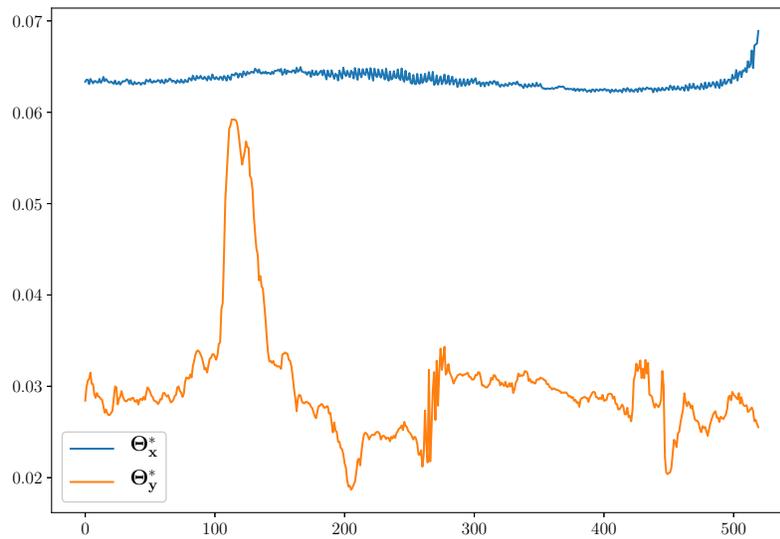


Рис. 11: Отображения траекторного пространства  $\mathbb{H}_{\Theta_1}$  в пространство  $\mathbb{H}_{\Theta_2}$

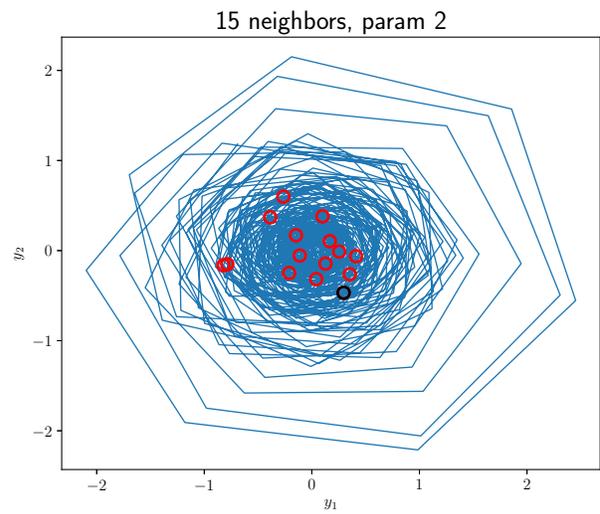
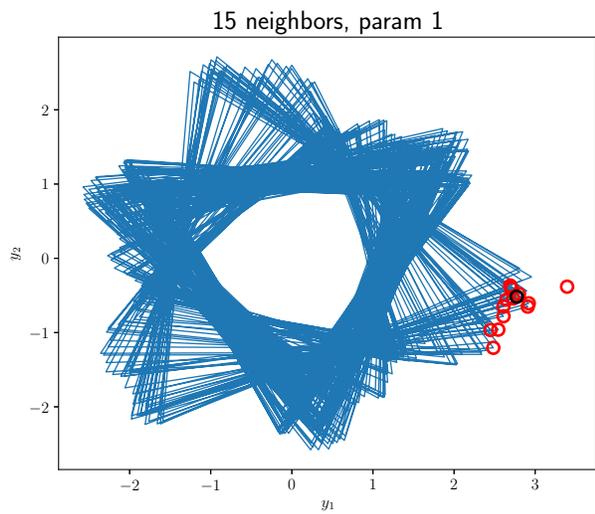


Рис. 12: Отображения траекторного пространства  $\mathbb{H}_{\Theta^1}$  в пространство  $\mathbb{H}_{\Theta^2}$

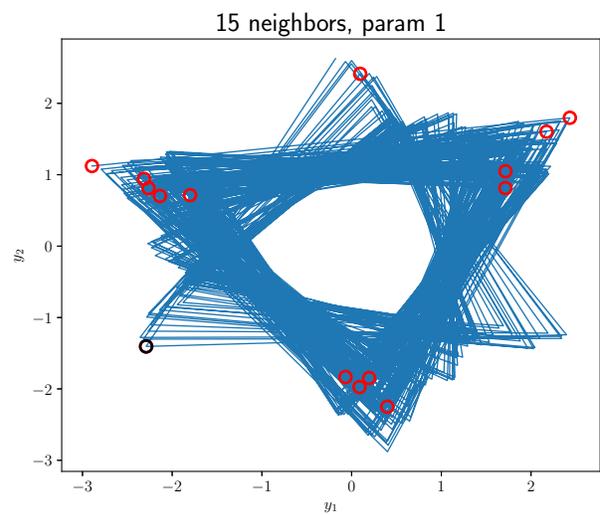
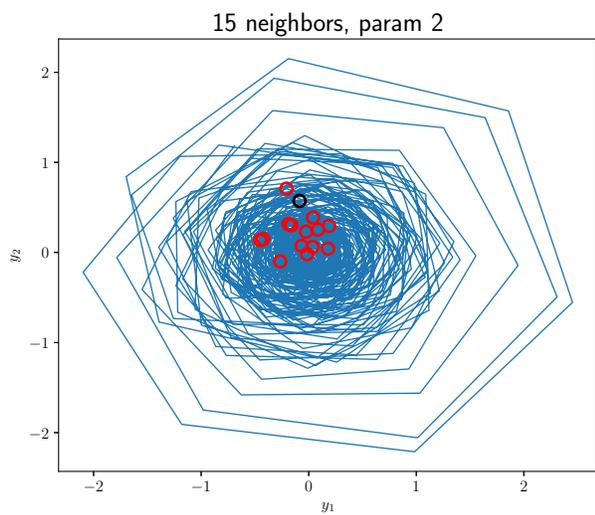


Рис. 13: Отображения траекторного пространства  $\mathbb{H}_{\Theta^2}$  в пространство  $\mathbb{H}_{\Theta^1}$