удаленной от границ $\mathcal{B}$ внутри области $\mathcal{A}$) энтропия системы максимальна; в то время как у границы поведение системы становится ригидным, жестким, эффективная размерность траектории снижается. Вторая гипотеза: положение границы $\mathcal{B}$ зависит от траектории системы. Интуитивно, гипотезы справедливы: после экстремального состояния система приспосабливается, а при отсутствии экстремальных состояний система атрофируется. Таким образом, имея результаты измерений, можно выяснить, насколько система далека от границы, и спрогнозировать ее дальнейшее поведение.

Для выяснения эффективной размерности Всеволод Владимирович использовал сингулярное разложение как наиболее удобный инструмент. В работе он пользовался, по крайней мере, четырьмя собственными модификациями этого мощного алгоритма. Сингулярное разложение представляет произвольное линейное отображение как композицию вращения, растяжения и снова вращения. Количество ненулевых элементов на диагонали матрицы растяжения есть эффективная размерность сегмента траектории. На рисунке 2 показан пример — траектория системы с аттрактором Лоренца и одно из подмножеств ее сегментов, находящихся в пространстве меньшей размерности.

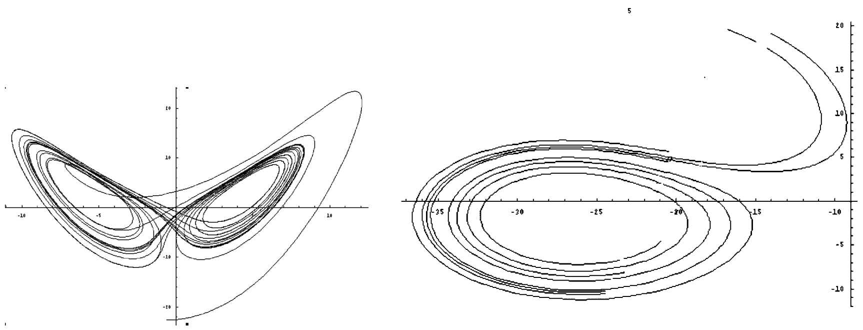

Рис. 2: Траектория системы с аттрактором Лоренца и подмножество ее сегментов

Гипотеза поведения биосистемы в экстремальных условиях работает не только в случае с живыми организмами. Ее удалось обнаружить также в экологических и в социальных системах. Немаловажен вопрос, решаемый при анализе модели поведения: как управлять системой, не дать ей выйти на границы жизни? Для ответа на этот вопрос Всеволод Владимирович использовал модель управления с обратной связью. Ему нередко приходилось моделировать работу больших сложных объектов, например, заповедников. Роль этой модели заключалась не в том, что можно тут же, за один шаг, вычислить все параметры такого объекта, а в том, что при разговоре с заказчиком и его экспертами с ее помощью можно было точно указать, что мы собираемся делать и к каким последствиям это может привести.

На рисунке 3 показана функциональная схема модели управления. Она состоит из четырех элементов: модели принятия решения, модели объекта, модели порождения данных и модели оценки результатов наблюдений. Субъект управления — лицо, принимающее решение, действия которого заключаются в выборе такого оптимального

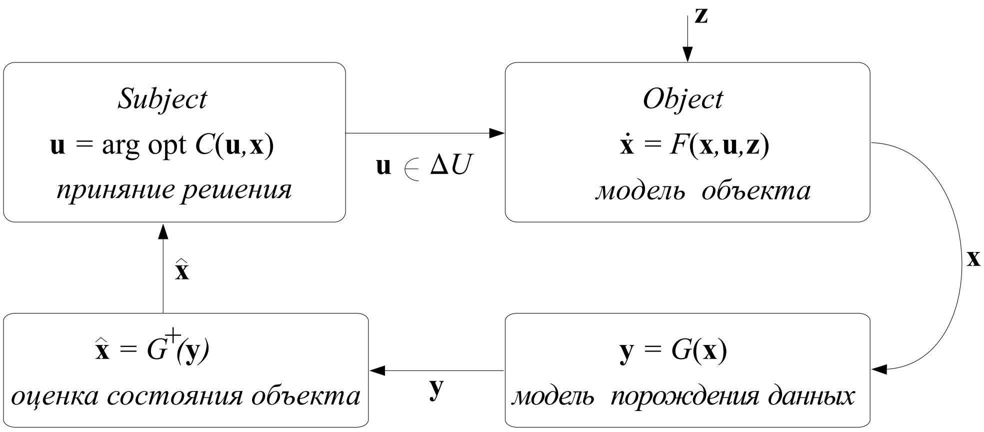

Рис. 3: Функциональная схема модели управления

управляющего воздействия $\mathbf{u}$, при котором за некоторое время система принимает заданное состояние. Условием управления ставится ограничение на ресурсы. Другими словами, управляющее воздействие $\mathbf{u} \in \Delta U$ выбирается из множества допустимых вариантов управления.

Объект управления имеет текущее состояние $\mathbf{x} \in \mathcal{A}$ на множестве состояний (область жизни) и экологическую нишу $N \subset \mathcal{A}$ — норму жизни объекта (например, нишу экосистемы). Модель $\dot{\mathbf{x}} = F(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{z})$ — описание связи между управлением, внешним воздействием и состоянием объекта. При моделировании внешних воздействий часто рассматривались различные сценарии — последовательности внешних воздействий, с целью прогноза: «каким должно быть оптимальное управление, если внешние события будут разворачиваться по одному из сценариев?»

Состояние объекта $\mathbf{x}$ — вообще говоря, ненаблюдаемая переменная. Те данные, которые мы имеем — это результаты измерений $\mathbf{y}$. Модель $\mathbf{y} = G(\mathbf{x})$ описывает связь между внутренним состоянием объекта и результатами мониторинга. Для принятия же решения нужна оценка состояния $\hat{\mathbf{x}}$, а чаще нужна функция от оценки состояния — интегральный индикатор качества жизни объекта.

Вышеприведенная модель наглядно показывает суть процесса управления: чтобы управлять, надо прежде всего наблюдать и затем выбирать оптимальный вариант управления при том условии, что эти варианты существуют.

Одно из применений этой модели — эконометрический прогноз основных показателей экономики России. Даны следующие наборы векторов: состояние объекта управления $\mathbf{y}_t = \langle y_t^{(1)}, ..., y_t^{(m)} \rangle^T$ в моменты времени $t = 0, ..., n$, управляющие воздействия $\mathbf{u}_t = \langle u_t^{(1)}, ..., u_t^{(k)} \rangle^T$ и неуправляемые воздействия $\mathbf{z}_t = \langle z_t^{(1)}, ..., z_t^{(l)} \rangle^T$ Задача состоит в том, чтобы подобрать такую последовательность управляющих воздействий $\mathbf{u}_{t_0}, ..., \mathbf{u}_{t_n}$, удовлетворяющих ограничениям $\mathbf{u}_t \in \Delta U$ которая бы при некотором внешнем сценарии обеспечивала бы через n шагов заданное состояние $\bar{\mathbf{y}}_{t_n}$.

Назначим модель векторной авторегрессии. Полная форма модели управления