

10-я Международная конференция  
«Интеллектуализация обработки информации-2014»  
Греция, о. Крит.

# ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ВЗАИМНОЙ ИНФОРМАЦИИ КАК ЦЕЛЕВОЙ ФУНКЦИИ КАЧЕСТВА ОЦЕНИВАНИЯ ПАРАМЕТРОВ ИЗОБРАЖЕНИЙ

*Ташлинский А.Г., Воронов С.В.*  
s.voronov@ulstu.ru, tag@ulstu.ru

Работа выполнена при  
финансовой поддержке РФФИ  
(грант 13-01-00555)



ФГБОУ ВПО  
«Ульяновский государственный технический университет»

## ОЦЕНИВАНИЕ ВЗАИМНЫХ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ДЕФОРМАЦИЙ (ВГД)

изображений предполагает нахождение параметров математической модели, отображающей одно изображение в другое таким образом, чтобы сопряженные точки совпали. Эта задача часто сводится к поиску экстремума многомерной целевой функции  $J$  качества оценивания, характеризующей некоторую меру.

### Меры подобия и различия изображений

корреляционное отношение, энергия совместной плотности распределения вероятностей яркостей, взаимная информация Шеннона, взаимная информация Реньи, взаимная информация Тсаллиса, меры F-информации, стохастическая и детерминированная смена знаков, порядковая мера, коэффициенты межкадровой корреляции, Танимото, минимального отношения, ранговой корреляции Спирмана, ранговой корреляции Кендалла, наибольшего отклонения, средний модуль разности, медианы модулей разности и квадрата разностей, средний квадрат межкадровой разности, нормированный средний квадрат межкадровой разности, инкрементальное знаковое расстояние, дисперсия отношения яркостей, дисперсия отношения отображения яркостей, среднее ранговое расстояние, энтропия совместной плотности распределения вероятностей яркостей, исключаящая F-информация.

## Исследуемые целевые функции

- **взаимная информация (ВИ):**

$$\hat{J}(\mathbf{Z}, \alpha) = \hat{H}(\tilde{\mathbf{Z}}^{(1)}) + \hat{H}(\mathbf{Z}^{(2)}) - \hat{H}(\tilde{\mathbf{Z}}^{(1)}, \mathbf{Z}^{(2)}),$$

где  $\hat{H}(\mathbf{Z}) = -\sum_i p(z_i) \log p(z_i)$  - оценки энтропии изображений,

$\hat{H}(\tilde{\mathbf{Z}}^{(1)}, \mathbf{Z}^{(2)}) = -\sum_i \sum_k p_{z_1, z_2}(z_i, z_k) \log p_{z_1, z_2}(z_i, z_k)$  - оценка совместной энтропии изображений.

- **средний квадрат межкадровой разности (СКМР):**

$$\hat{J}(\mathbf{Z}, \alpha) = \frac{1}{\mu} \sum_{j \in \Omega_Z} \left( \tilde{z}_j^{(1)} - z_j^{(2)} \right)^2,$$

где  $\mu$  – объем выборки, по которой находится оценка  $\mathbf{J}$ ;

$\tilde{z}_j^{(1)} = \tilde{z}^{(1)}(\bar{j}, \bar{\alpha})$  – значения яркостей непрерывного изображения  $\tilde{\mathbf{Z}}^{(1)}$ , полученного из изображения  $\mathbf{Z}^{(1)}$  с помощью некоторой интерполяции.

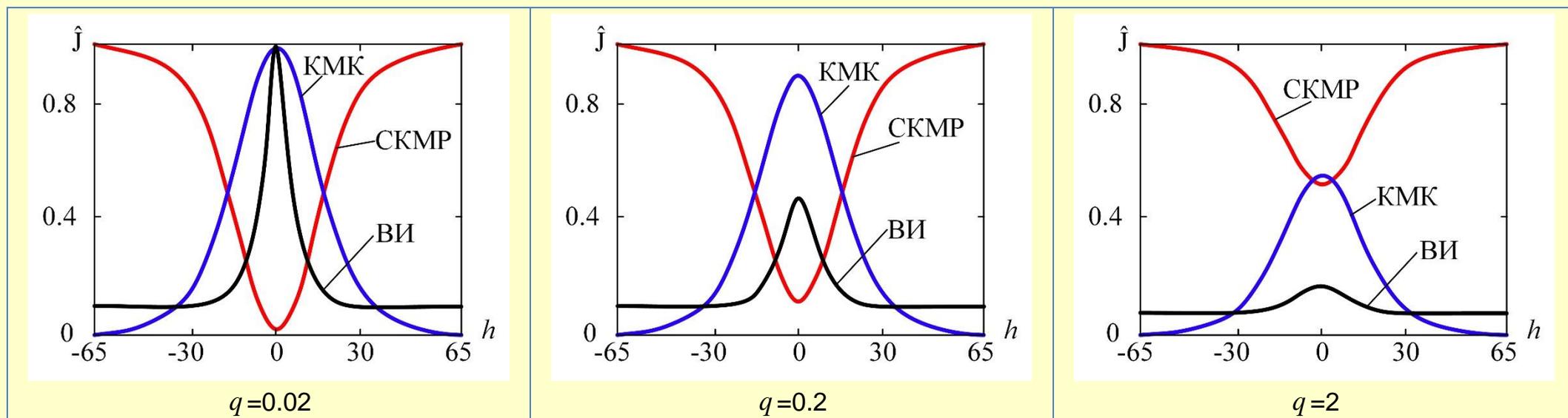
- **коэффициент межкадровой корреляции (КМК):**

$$\hat{J}(\mathbf{Z}, \alpha) = r = \frac{1}{\mu \hat{\sigma}_{z_1} \hat{\sigma}_{z_2}} \sum_{j \in \Omega_Z} \left( \tilde{z}_j^{(1)} - \hat{m}_{\tilde{z}_1} \right) \left( z_j^{(2)} - \hat{m}_{z_2} \right),$$

где  $\hat{m}_z, \hat{\sigma}_z$  – оценки математического ожидания и дисперсии.

## Целевые функции в условиях аддитивных шумов

Исследования характеристик СКМР, КМК и ВИ проводились в диапазоне отношения шум/сигнал  $q$  по дисперсиям от 0 до 2.

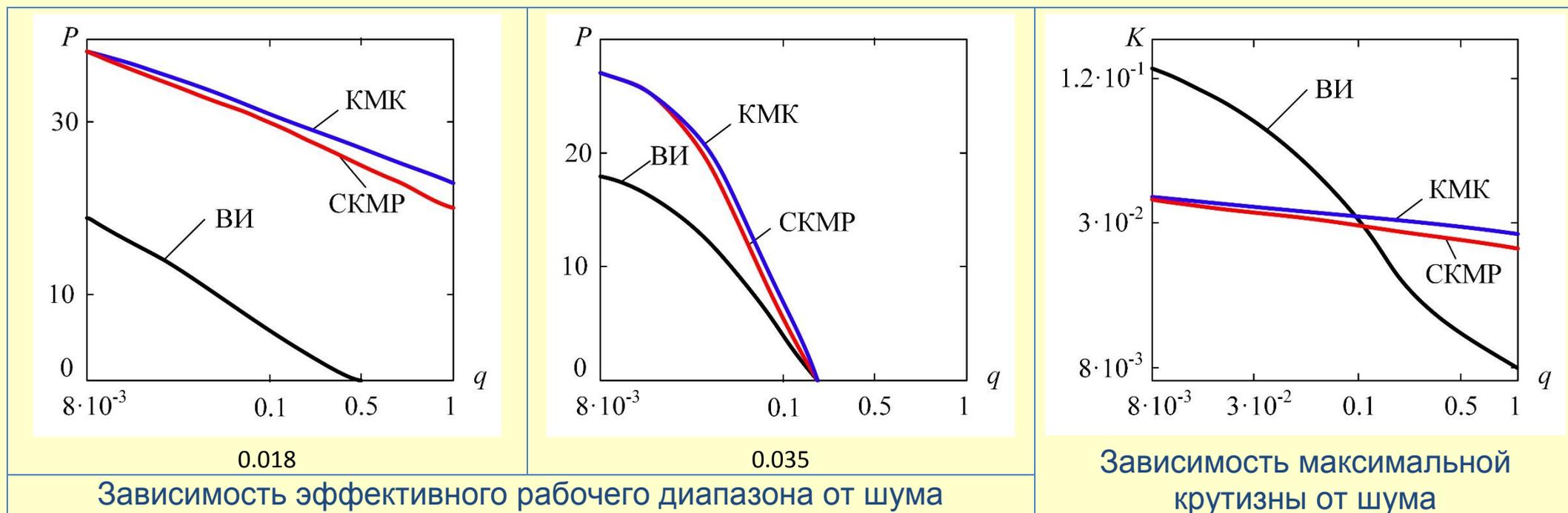


Зависимость значений целевых функций от сдвига при разных шумах

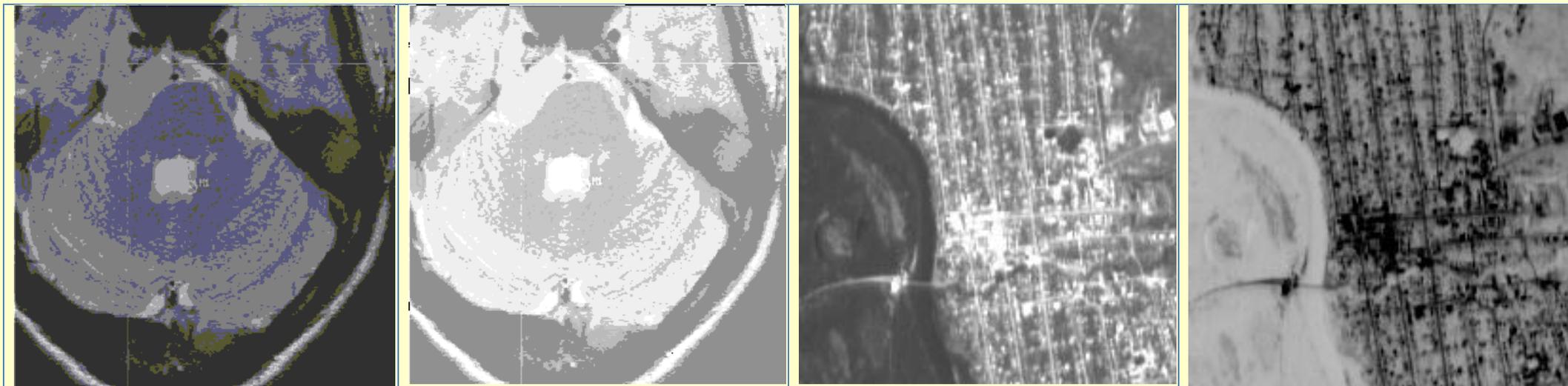
Использовались имитированные и реальные спутниковые изображения.

При рекуррентном оценивании для изображений, не имеющих мультипликативных яркостных искажений, в качестве целевой функции целесообразно использование СКМР. При небольших аддитивных шумах наибольшую крутизну имеет ВИ, что потенциально обеспечивает и большую скорость сходимости оценок параметров ВГД.

Одним из показателей, характеризующим потенциальную скорость сходимости оценок параметров ВГД, является *максимальная крутизна (K)* характеристики целевой функции. Другим важным на практике показателем является *эффективный рабочий диапазон (P)* процедур оценивания, под которым понимается подобласть области определения параметров МГД, в которой достигаются требуемые точностные показатели оценивания при заданных ограничениях (по вычислительным затратам, числу итераций и пр.).



## Целевые функции в условиях линейных искажений яркости



опорное

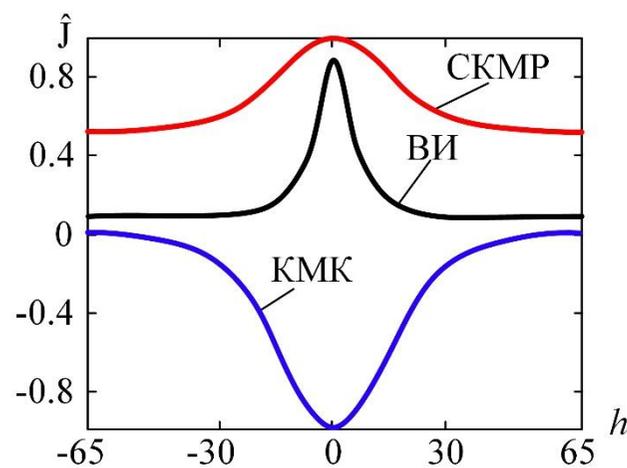
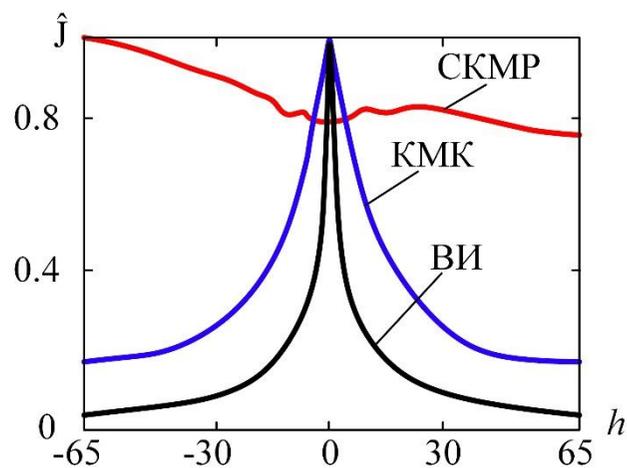
деформированное

опорное

деформированное

Пример искажений с положительной линейной связью яркостей

Пример искажений с отрицательной линейной связью яркостей

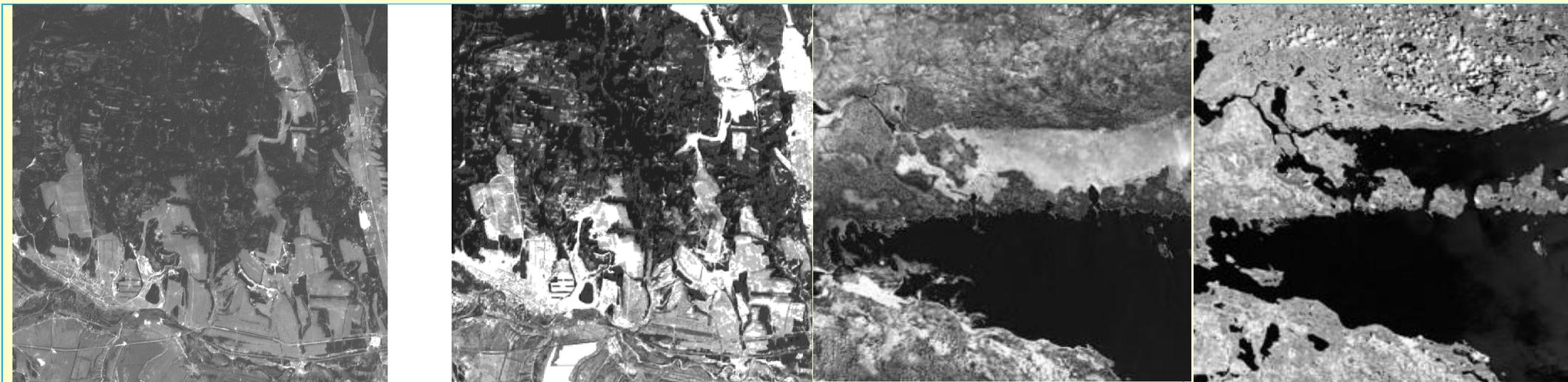


положительная линейная связь яркостей

инверсия яркостей

Оценки целевых функций при линейных яркостных искажениях

## Целевые функции в условиях нелинейных искажений яркости



опорное

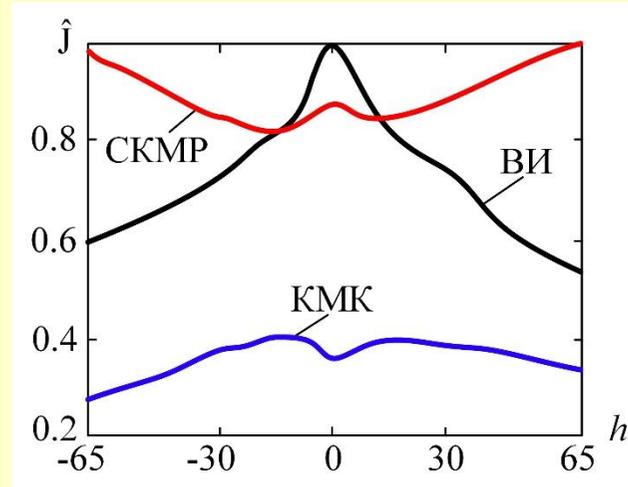
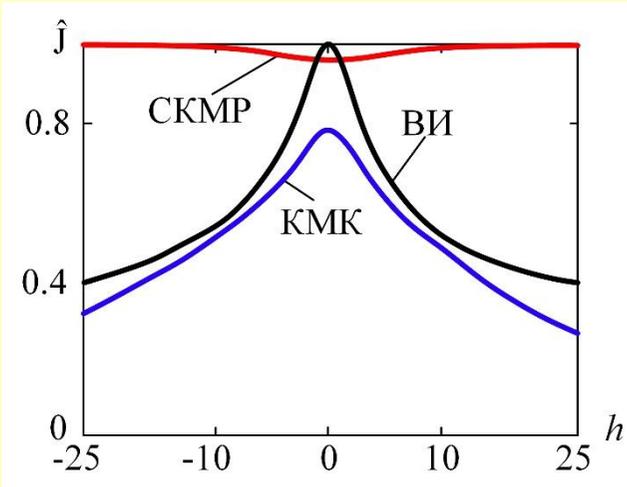
деформированное

опорное

деформированное

Пример яркостных искажений в разных спектральных диапазонах

Пример яркостных искажений с различных типов сенсоров



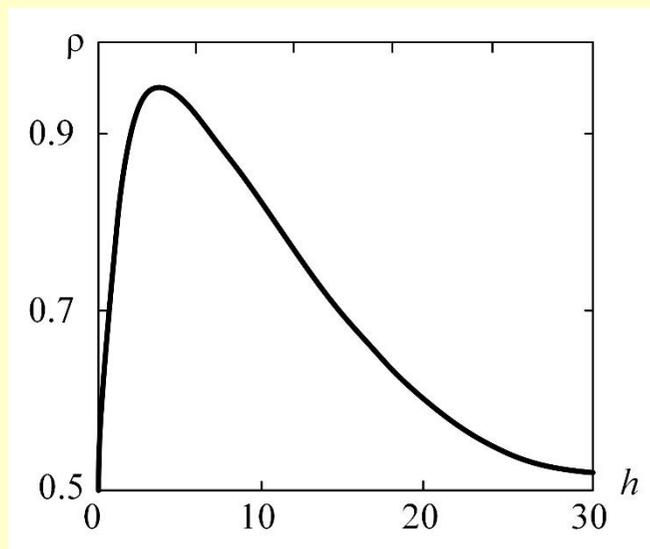
Разные спектральные диапазоны

Различные типы сенсоров

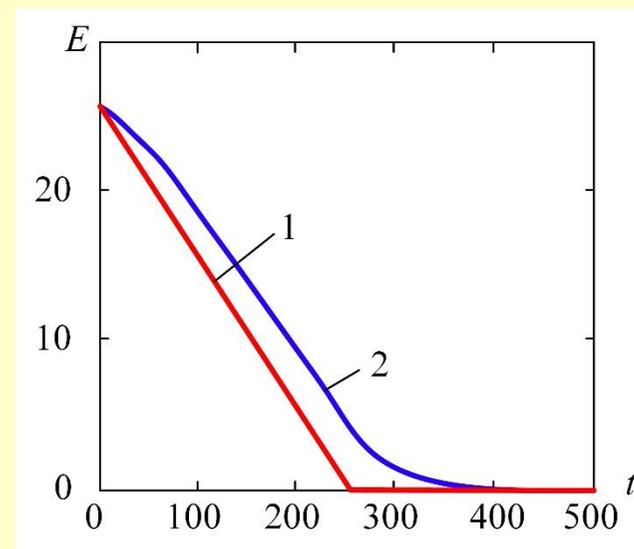
Оценки целевых функций при нелинейных яркостных искажениях

## Потенциальная скорость сходимости релейных процедур

Воспользовавшись вероятностью сноса для релейных процедур с постоянными элементами матрицы усиления, можно найти потенциальную скорость сходимости оценки параметра (при совокупности параметров - EPP).



Зависимость вероятности сноса от рассогласования



Потенциальная сходимость вектора оценок релейной процедуры

Кривая 1 - предельная (условное название) сходимость EPP оценок, когда на каждой итерации существует оптимальная область взятия отсчетов (например, для параметра угла поворота);

Кривая 2 - потенциальная сходимость для ситуации, когда оптимальная область взятия отсчетов существует теоретически только на одной итерации (например, для параметра параллельного сдвига, EPP которого не зависит от местоположения отсчетов).

## СИНТЕЗ ПСЕВДОГРАДИЕНТНОЙ ПРОЦЕДУРЫ НА БАЗЕ ВЗАИМНОЙ ИНФОРМАЦИИ

Методы оценки параметров привязки можно разделить на работающие в частотной и пространственной областях. Первые основаны на фазовой корреляции, вторые оперируют с отсчетами изображений или выделяемыми структурами более высокого уровня. На практике более эффективны рекуррентные процедуры в пространственной области, в частности, высоким быстродействием обладают процедуры, основанные на псевдоградиентной безыдентификационной адаптации:

$$\hat{\alpha}_t = \hat{\alpha}_{t-1} - \Lambda_t \bar{\beta}(J, \hat{\alpha}_{t-1}),$$

где  $\bar{\alpha}$  – вектор оцениваемых параметров;  $\bar{\beta}$  – псевдоградиент целевой функции  $J$ ;  $\Lambda_t$  – матрица усиления;  $t$  – номер итерации.

При нахождении псевдоградиента ВИ наиболее затратной с вычислительной точки зрения является оценка производной энтропии. Для сокращения вычислительных затрат этой операции использована процедурой скользящего контроля, применяемая в задачах машинного обучения при оценке распределений вероятностей объектов по методу окна Парзена.

При этом получаем оценку производной энтропии изображения:

$$\frac{d\hat{H}(Z)}{d\bar{\alpha}} = \frac{1}{\sigma \mu_b} \sum_{z_i \in Z_b} \sum_{z_j \in Z_a} W(z_i - z_j) \frac{d(z_i - z_j)}{d\bar{\alpha}}, \text{ где } W = \frac{R(z_i - z_j)}{\sum_{z_j \in Z_a} R(z_i - z_j)},$$

$R$  – аппроксимирующая функция (kernel function) окна Парзена, центрированная на яркостях всех отсчетов, попавших в локальную выборку.

Тогда псевдоградиент ВИ

$$\bar{\beta}_t = \frac{1}{\mu} \sum_{i \in Z_t} \sum_{\substack{j \in Z_t \\ j \neq i}} \left[ W_z^{(1)} - W_z^{(1,2)} \right] \sigma^{-1} \left( \tilde{z}_i^{(1)} - \tilde{z}_j^{(1)} \right) \left( \frac{d \left( \tilde{z}_i^{(1)} - \tilde{z}_j^{(1)} \right)}{dx} \frac{dx}{d\bar{\alpha}} + \frac{d \left( \tilde{z}_i^{(1)} - \tilde{z}_j^{(1)} \right)}{dy} \frac{dy}{d\bar{\alpha}} \right),$$

где  $W_z = \frac{R(z_i - z_j)}{\sum_{\substack{z_j \in Z_t \\ j \neq i}} R(z_i - z_j)}$ ,  $W_z^{(1,2)} = \frac{R(\tilde{z}_i^{(1)} - \tilde{z}_j^{(1)}) R(z_i^{(2)} - z_j^{(2)})}{\sum_{z_j \in Z_a} R(\tilde{z}_i^{(1)} - \tilde{z}_j^{(1)}) R(z_i^{(2)} - z_j^{(2)})}$ ;

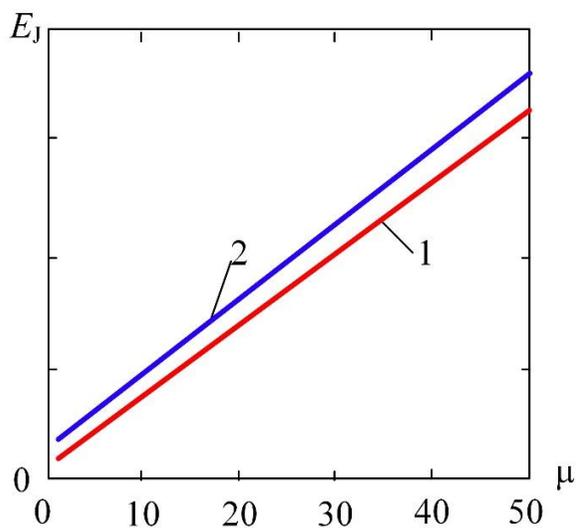
$\tilde{z}_{jt}^{(1)}$  и  $z_{jt}^{(2)}$  - отсчеты локальной выборки  $Z_t$  с опорного  $Z^{(1)}$  и привязываемого  $\tilde{Z}^{(1)}$  изображений,  $\tilde{z}_{jt}^{(1)} = \tilde{z}^{(1)}(\tilde{j}_t, \hat{\alpha}_{t-1})$  - отсчеты непрерывного изображения  $\tilde{Z}^{(1)}$ , получены из  $Z^{(1)}$  по оценкам  $\hat{\alpha}_{t-1}$  модели привязки с использованием некоторой интерполяции. Объем выборки  $\mu$  равен числу отсчетов  $z_{jt}^{(2)}$ .

На практике процедура более приемлема в релейном варианте:

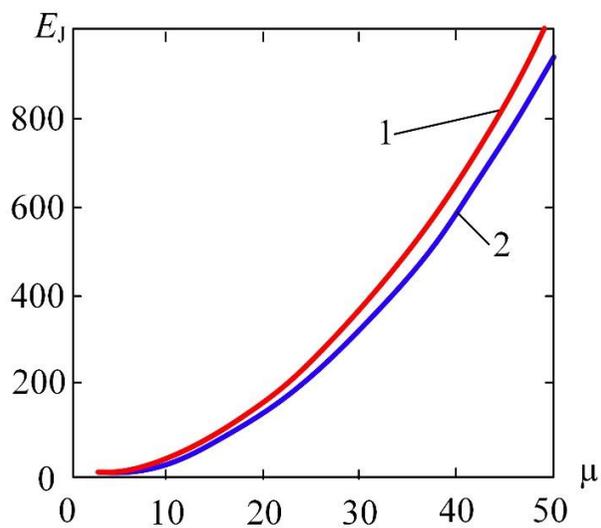
$$\hat{\alpha}_{t+1} = \hat{\alpha}_t - \Lambda_{t+1} \text{sign} \bar{\beta}_{t+1} (Z_{t+1}, \hat{\alpha}_t).$$

# Число операций на нахождение псевдоградиента как функция объема выборки

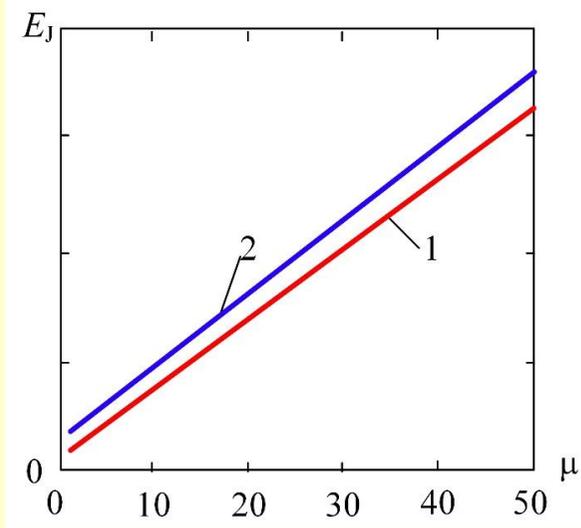
Операция	Число операций			
	СКМР	КМК	ВИ (EMMA)	ВИ (ск. контроль)
+ , -	$34\mu - 2$	$38\mu - 5$	$16\mu^2 + 8\mu$	$16\mu^2 - 8\mu$
$\times$	$14\mu + 10$	$18\mu + 11$	$(34\mu^2 + 6)/2 + 10$	$(34\mu^2 - 28\mu)/2 + 10$
$\%$	10	20	$4\mu^2$	$4\mu^2 - 4\mu$
$\tilde{z}$	$4\mu$	$4\mu$	$8\mu$	$8\mu$
sin, cos	2	2	2	2
$\sqrt{\quad}$	-	5	1	1
exp	-	-	$\mu^2$	$\mu^2 - \mu$



СКМР(1), КМК (2)



ВИ: EMMA (1), скользящий контроль (2)



Отношение времен вычисления  
ВИ и КМК

Зависимость времени вычисления псевдоградиента от  $\mu$

## ОПТИМИЗАЦИЯ РЕЛЕЙНОЙ ПСЕВДОГРАДИЕНТНОЙ ПРОЦЕДУРЫ

Анализ показал, что повышение скорости сходимости вектора оценок параметров и приближение эффективности синтезированных процедур к потенциальной требует оптимизации их параметров:

- конечных разностей  $(\Delta x, \Delta y)$ , используемых для оценки производных псевдоградиента по

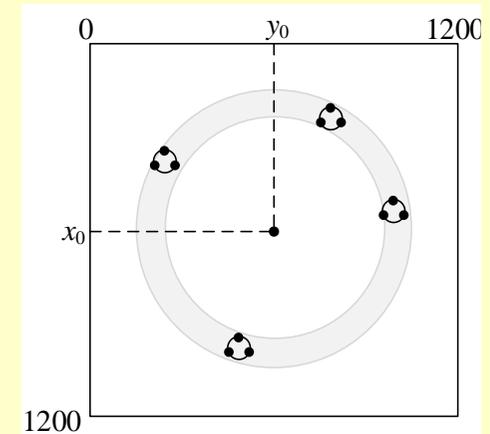
базовым осям изображений; 
$$\bar{\beta}_t = \frac{1}{\mu} \sum_{i \in Z_t} \sum_{j \in Z_t, j \neq i} [W_z^{(1)} - W_z^{(1,2)}] \sigma^{-1} (\tilde{z}_i^{(1)} - \tilde{z}_j^{(1)}) \left( \frac{(\tilde{z}_i^{(1)} - \tilde{z}_j^{(1)}) dx}{\Delta x} \frac{d\bar{\alpha}}{d\bar{\alpha}} + \frac{(\tilde{z}_i^{(1)} - d\tilde{z}_j^{(1)}) dy}{\Delta y} \frac{d\bar{\alpha}}{d\bar{\alpha}} \right)$$

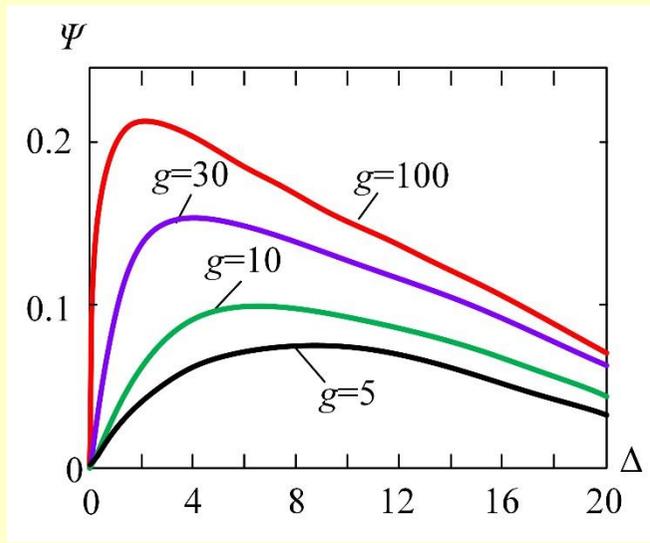
- базы формирования  $(\Delta E)$  квадратов разностей яркостей отсчетов, используемых для

производной энтропии; 
$$\frac{d\hat{H}(\mathbf{Z})}{d\bar{\alpha}} = (\mu\sigma)^{-1} \sum_{z_i \in Z_t} \sum_{\substack{z_j \in Z_t \\ j \neq i}} W_z (\tilde{z}_i^{(1)} - \tilde{z}_j^{(1)}) \frac{(\tilde{z}_{i+\Delta E}^{(1)} - \tilde{z}_{i-\Delta E}^{(1)}) - (\tilde{z}_{j+\Delta E}^{(1)} - \tilde{z}_{j-\Delta E}^{(1)})}{2\Delta E},$$

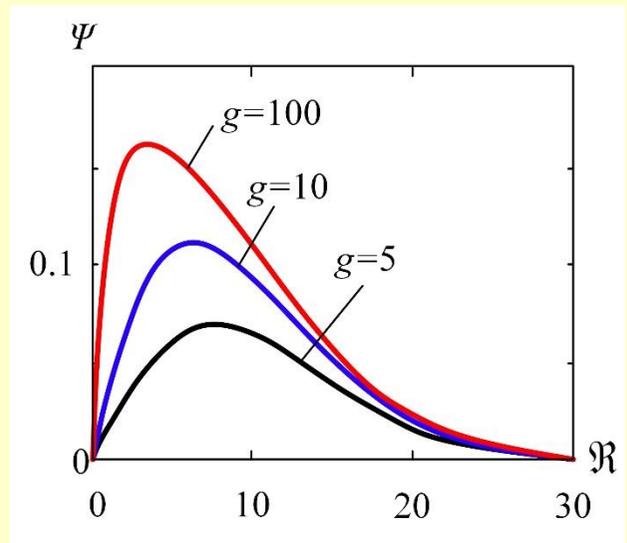
- области взятия отсчетов локальной выборки с учетом принятой модели ВГД изображений.

При достаточно слабых ограничениях условие извлечения из псевдоградиента целевой функции максимума информации может быть сведено к условию максимума отношения математического ожидания псевдоградиента к его среднеквадратическому отклонению  $(\Psi)$ . Это условие и использовано при решении указанных выше задач оптимизации.

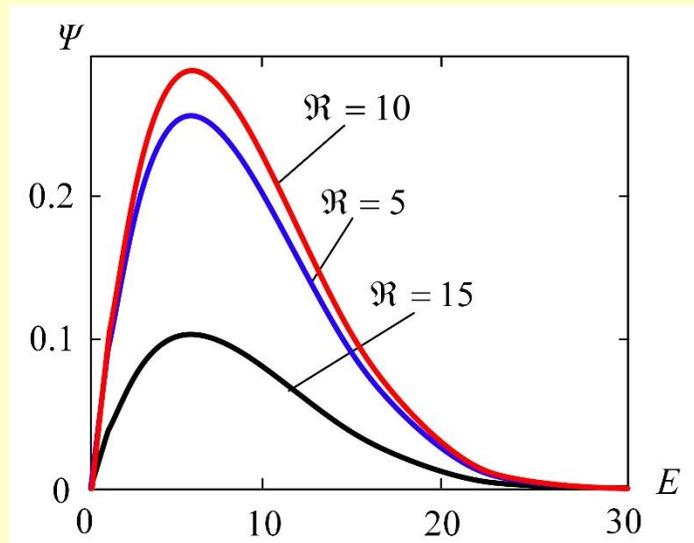




от конечных разностей  $\mathfrak{R}$   
яркостей отсчетов



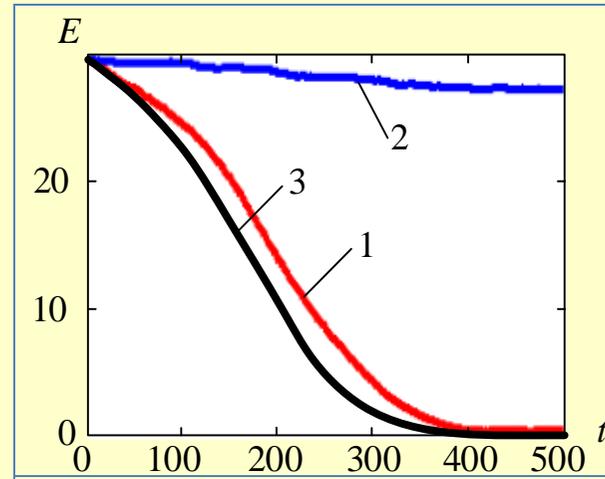
от базы формирования  
квадратов разностей яркостей



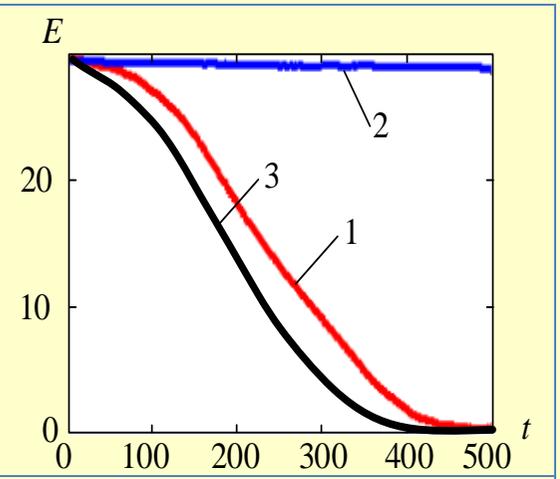
от евклидова расстояния  
рассогласования

Зависимость функционала оптимизации

Оптимизированная процедура на исследованных классах полутоновых изображений обеспечила скорость сходимости EPP оценок параметров ВГД меньше потенциальной на 6-10 %. По сравнению с известной процедурой, использующей окна Парзена для восстановления ПРВ яркостей и алгоритм EMMA для оценки энтропии изображений, быстродействие оказалось выше примерно в 30 раз.



радиус корреляции 15



радиус корреляции 7,3

Содимость EPP

**СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ**